Correction du TP FOCOMETRIE - Lentilles minces -

Introduction

La focométrie consiste en la détermination expérimentale de la distance focale d'un instrument d'optique.

Dans le TP précédent, nous avons déterminé la distance focale d'un miroir sphérique concave par la méthode d'autocollimation et la méthode des points conjugués.

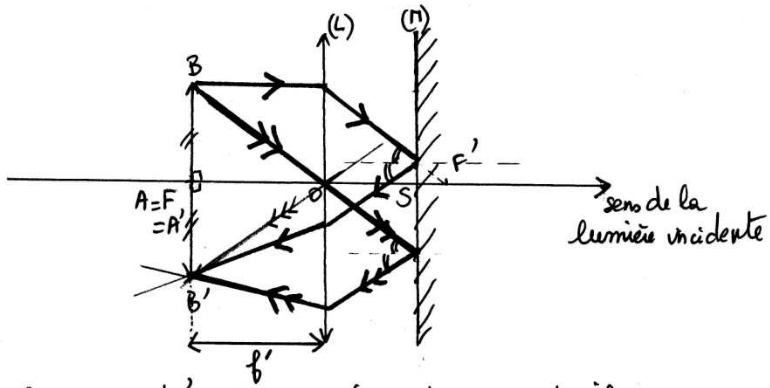
Dans ce TP nous allons déterminer la distance focale de lentilles convergentes et divergentes :

- Par **projection** : méthodes d'autocollimation, de Silbermann et Bessel et de Badal. Comme dans le TP précédent, ces différentes méthodes nécessitent d'obtenir des images réelles projetables sur un écran.
- En utilisant un **viseur à frontale fixe et un collimateur** : cette méthode est plus générale que les précédentes car elle permet de repérer la position d'une image ou d'un objet réels ou virtuels.

II. Focométrie

A. Méthodes par projection

1) Méthode d'autocollimation



→ • parallèle à l'axe optique avant traversée de la lentille, il émerge en passant par F'.

• Il est réfléchi symétriquement par rapport à la normale au miroir plan.

• Deux rayons parallèles avant la traversée de la lentille émergent en se croisant dans le plan focal image.

Ici ⇝ et → sont parallèles et ⇝ passe par O donc n'est pas dévié. Le sens de parcours étant celui de la lumière réfléchie, on inverse les rôles de F et F'.

• L'image A'B' est renversée et de même taille que l'objet AB : le grandissement $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ vaut -1.

• La position et l'inclinaison du miroir n'a pas d'importance

↠ • passe par O donc n'est pas dévié.

• Il est réfléchi symétriquement par rapport à la normale au miroir plan.

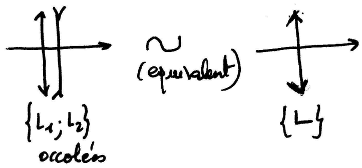
• On constate que → et ↠ sont parallèles avant et après réflexion par le miroir. En effet ils se croisent avant traversée de la lentille dans le plan focal objet : ils émergent donc parallèles entre eux.

• On lit au banc d'optique : $f' = 13$ cm ($f' = \overline{AO}$)

• L'incertitude sur la mesure de la distance objet/lentille est due à l'appréciation de la netteté de l'image dans le plan de l'objet : $\Delta f' \sim 1$ cm.

Ainsi $\boxed{f' = 13 \pm 1 \text{ cm}}$: cette méthode n'est pas très précise mais a l'avantage de permettre une détermination rapide de la distance focale (utile par exemple dans le TP instruments d'optique pour vérifier les données des étiquettes)

- On a vu dans le 1er exercice du TD instruments d'optique que :



avec $V = V_1 + V_2$.

Le dessin correspond au cas proposé dans le TP soit $\underset{\text{convergente}}{V_1} > \underset{\text{divergente}}{|V_2|}$

d'où $\underline{\underline{V>0}}$ et l'on se retrouve dans le cas de la détermination de f' par autocollimation effectuée précédemment.

- <u>On lit au banc d'optique</u> : $f' = 21\,cm = \frac{1}{V}$ avec $\Delta f' \sim 1\,cm$.

- <u>Estimation de l'incertitude sur la détermination de f_2'</u> :

  - $V_2 = \frac{1}{f_2'} = V - V_1$ soit $\Delta V_2 = \Delta V + \Delta V_1$ avec $\begin{cases} \Delta V = \frac{\Delta f'}{f'} \times V = \frac{\Delta f'}{(f')^2} = \frac{1}{(21)^2} = 2 \times 10^{-3}\,cm^{-1} \\ \Delta V_1 = \frac{\Delta f_1'}{f_1'} \times V_1 = \frac{\Delta f_1'}{f_1'^2} = \frac{1}{(13)^2} = 6 \times 10^{-3}\,cm^{-1} \end{cases}$

Ainsi $V_2 = V - V_1 = \frac{1}{21} - \frac{1}{13} = -2{,}93 \times 10^{-2}\,cm^{-1}$ soit $\boxed{f_2' = -34\,cm}$

$\frac{\Delta f_2'}{|f_2'|} = \frac{\Delta V_2}{|V_2|} \Rightarrow \Delta f_2' = \Delta V_2 \times (f_2')^2 \Rightarrow \Delta f_2' = 9\,cm$. C'est une estimation assez pessimiste de l'incertitude car on considère que la lentille convergente a une distance focale imprécise (on a pris la lentille de la manipulation précédente).

Si l'on considère que cette lentille a une distance focale bien déterminée alors $\Delta V_2 \sim \Delta V$ et $\Delta f_2' = 2\,cm$.

- <u>La limite de cette méthode</u> est comme on vient de le voir la faible précision des mesures mais surtout le fait que <u>la lentille équivalente doit être convergente</u> : $V > 0$ soit $V_1 > |V_2|$.

---

2) Lentille convergente : méthode de Silbermann et Bessel

Exercice préliminaire (correction)

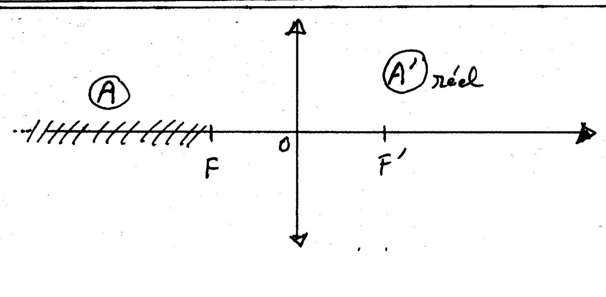
1) <u>Image réelle</u> : $\overline{OA'} = p' > 0$

<u>Lentille convergente</u> : $\overline{OF'} = f' > 0$

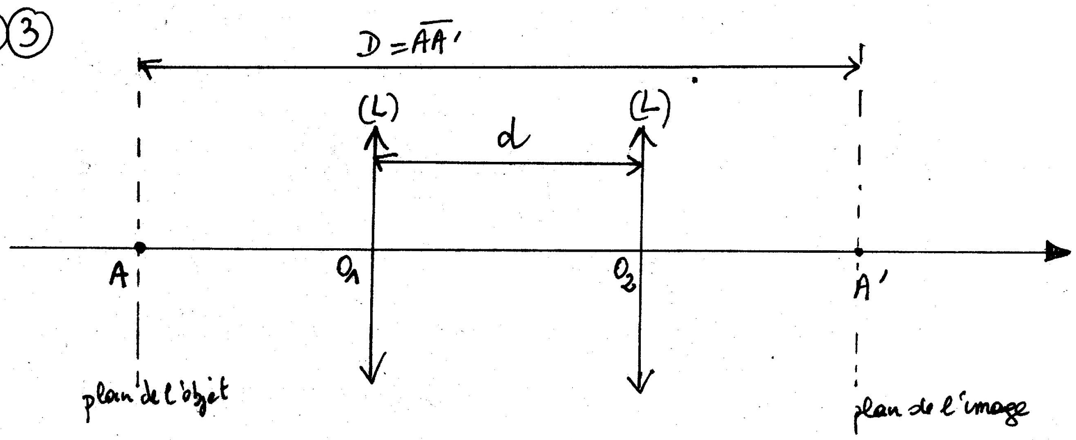
<u>Relation de conjugaison de Descartes</u> : $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ (R.C.)

- $\underline{\underline{p'>0}} \Rightarrow \frac{1}{p'} > 0 \xRightarrow{(R.C)} \frac{1}{f'} + \frac{1}{p} > 0 \Rightarrow \frac{1}{p} > -\frac{1}{f'} \Rightarrow \boxed{p < -f' < 0}$

$\underline{\underline{p = \overline{OA} \in]-\infty ; -f'[\text{, l'objet A est réel et se situe avant le foyer objet F.}}}$



(2)(3)



$$\begin{cases} O_1 : 1^{ère} \text{ position de la lentille} \\ O_2 : 2^{ème} \text{ position de la lentille.} \\ \overline{AO} = x \text{ repérage de la position de la lentille} \end{cases}$$

D'après la relation de conjugaison : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ avec $\begin{cases} \overline{OA} = -x \\ \overline{OA'} = \overline{OA} + \overline{AA'} = D - x \end{cases}$

d'où $\frac{1}{D-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{Df'}{(D-x)x} = 1 \Rightarrow \boxed{x^2 - Dx + Df' = 0}$

Les seules solutions physiques vérifient $\Delta \geqslant 0$ soit $D^2 - 4Df' \geqslant 0$ d'où $\boxed{D \geqslant 4f'}$

Dans le cas $D > 4f'$ il existe deux solutions : $\begin{cases} x_1 = \overline{AO_1} = \frac{D - \sqrt{\Delta}}{2} \\ x_2 = \overline{AO_2} = \frac{D + \sqrt{\Delta}}{2} \end{cases}$

$$d = \overline{O_1O_2} = \overline{O_1A} + \overline{AO_2} = x_2 - x_1 = \sqrt{\Delta} = \sqrt{D^2 - 4Df'}$$

d'où $d^2 = D^2 - 4Df' \Rightarrow \boxed{f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}}$

---

(4) $\gamma_1 = \frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}}$ avec $\begin{cases} \overline{O_1A'} = \overline{O_1A} + \overline{AA'} = D - x_1 \\ \overline{O_2A'} = \overline{O_2A} + \overline{AA'} = D - x_2 \end{cases}$

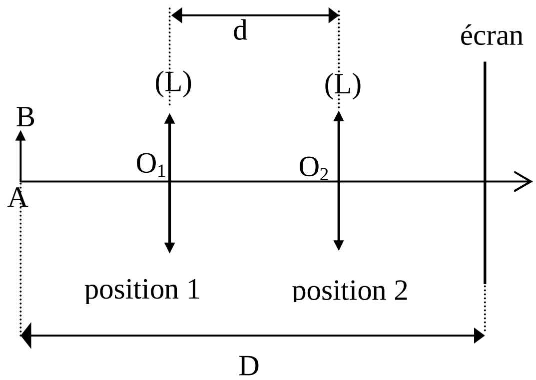
$\gamma_2 = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A}}$

$$\gamma_1 \times \gamma_2 = \frac{(D - x_1)(D - x_2)}{x_1 x_2} = \frac{D^2 - D(x_1 + x_2) + x_1 x_2}{x_1 x_2}$$

Or $x_1 + x_2 = D$ d'où $\boxed{\gamma_1 \times \gamma_2 = \frac{x_1 x_2}{x_1 x_2} = 1.}$

Méthode de Bessel D > 4f '

Nous avons montré dans l'exercice préliminaire que dans le cas d'une lentille convergente de distance focale f', on ne peut obtenir une image réelle d'un objet réel que si la distance objet-image est supérieure ou égale à 4f'.



$$\boxed{f' = \frac{D^2 - d^2}{4.D}}$$

$\overline{AB} = 9$ mm

$\overline{A_1B_1}$ (dimension de l'image de AB par la le*ntille dans la position 1)*

$\overline{A_2B_2}$ (dimension de l'image de AB par la lentille dans la position 2)

Les grandissements correspondants aux deux positions de la lentille sont : $\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$ et $\gamma_2 = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{AB}}$

Unités du tableau : mm

D	$\overline{AO_1}$	$\overline{AO_2}$	$d = \overline{AO_2} - \overline{AO_1}$	$\overline{A_1B_1}$	$\overline{A_2B_2}$	$\gamma_1 \times \gamma_2$	f'
550	200	350	150	-16	-5	1	127
600	386	613	227	-20	-4	1	129
650	374	678	304	-25	-3	0,9	127
700	365	733	368	-29	-2	0,7	127

Incertitudes sur les mesures :

$\Delta D = \Delta\overline{AB} = \Delta\overline{A_1B_1} = \Delta\overline{A_2B_2} = 1mm$ (graduation minimale de l'instrument de mesure : *banc d'optique,* règle ou papier millimétré fixé sur l'écran)

$\Delta\overline{AO_1} = \Delta\overline{AO_2} = 1\text{cm}$ (appréciation de la netteté de l'image)

- A partir du tableau de mesures on obtient la valeur moyenne de f' : $\boxed{\langle f' \rangle = 12{,}8 \text{ cm}}$

- Evaluation de l'incertitude sur une mesure

$$\Delta f' = \left|\frac{\partial f'}{\partial D}\right| \Delta D + \left|\frac{\partial f'}{\partial d}\right| \Delta d = \left|\frac{D^2+d^2}{4D^2}\right| \Delta D + \left|-\frac{d}{2D}\right| \Delta d$$

soit $\boxed{\Delta f' = \frac{D^2+d^2}{4D^2}\Delta D + \frac{d}{2D}\Delta d}$ avec $\Delta D = 1$ mm et $\Delta d = \Delta\overline{AO_1} + \Delta\overline{AO_2} = 2$cm

Application numérique : $\Delta f' = 6$ mm (pour D = 700 mm) soit $\boxed{12{,}2 \text{ cm} \leq f' \leq 13{,}4 \text{ cm}}$

La précision de la mesure est : $\frac{\Delta f'}{f'} \times 100 = 4\%$

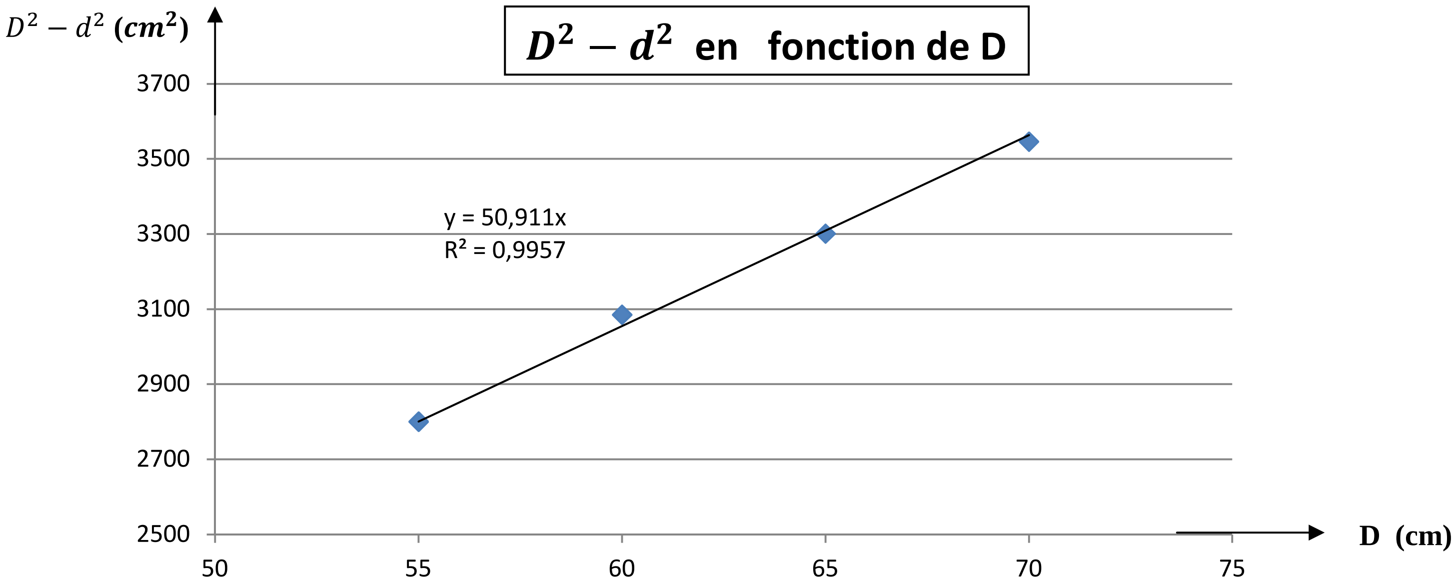
- On constate que $\gamma_1 \times \gamma_2 \sim 1$ (sauf pour la dernière mesure : ceci est dû à l'erreur importante commise sur la détermination de γ_2 car $\overline{A_2B_2} \sim \Delta\overline{A_2B_2} \sim$ mm)

Méthode graphique :

On trace la courbe $y = f(x)$ $avec$ $y = D^2 - d^2$ et $x = D$ $(ou\ 4D)$. Le graphique ci-dessous représente la courbe expérimentale (losanges).

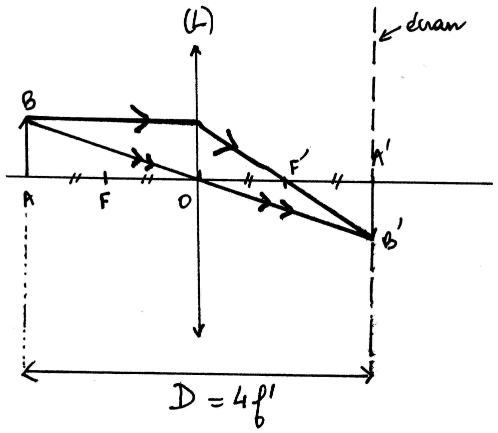
Une régression linéaire permet d'obtenir l'équation de la droite (passant au mieux par les points expérimentaux) d'équation $y = ax$ dont le coefficient de corrélation R^2 proche de 1 nous permet de valider le modèle linéaire $\boxed{f' = \frac{D^2 - d^2}{4.D}}$.

Ici le coefficient directeur nous donne accès à $f' = \frac{a}{4}$ soit $f' = 12{,}8\ \mathrm{cm}$ ce qui est compatible avec la détermination de f'obtenue à l'aide du tableau de mesures.



Méthode de Silbermann D = 4f '

Si d = 0, f ' = D/4 et l'objet et l'image sont alors symétriques par rapport à la position de la lentille. Le grandissement est alors égal à -1.



On lit D = 51 cm.

On estime ΔD = 12 mm (appréciation de la netteté de l'image (1 cm) et de la dimension de l'image (~2mm) qui doit être la même que l'objet).

- $f' = \frac{D}{4} = 12{,}8$ cm
- $\frac{\Delta f'}{f'} = \frac{\Delta D}{D} = 2\%$ soit $\Delta f' = 3$ mm

Ainsi $\boxed{f' = 12{,}8 \pm 0{,}3 \text{ cm}}$

Conclusion :

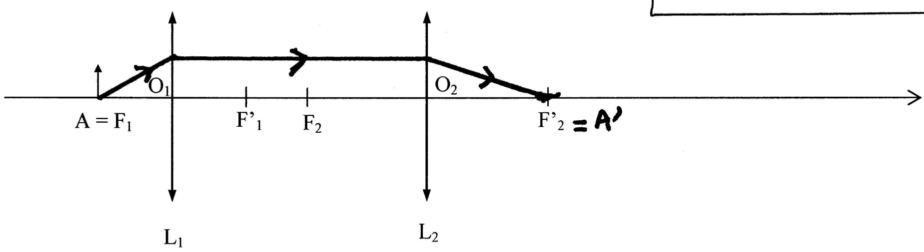
La méthode de Silbermann est plus précise car elle ne nécessite que d'une mesure pour déterminer f' contrairement à la méthode de Bessel.

Par contre elle exige un grand soin concernant la détermination des positions de la lentille et de l'écran. En effet cela demande beaucoup de tâtonnement pour arriver à obtenir une image nette de même taille et renversée par rapport à l'objet en bougeant à la fois l'écran et la lentille alors que dans méthode de Bessel seule la lentille bouge. La méthode de Silbermann semble moins commode que celle de Bessel.

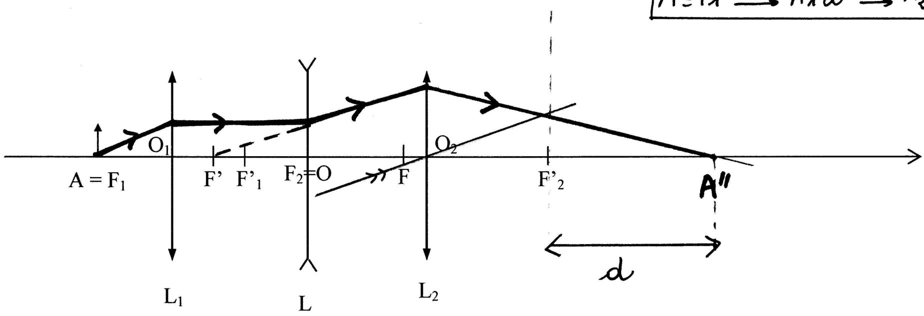
---

3) Lentille divergente : méthode de Badal

$$\boxed{A = F_1 \xrightarrow{(L_1)} A_{1\infty} \xrightarrow{(L_2)} A' = F_2'}$$



$$\boxed{A = F_1 \xrightarrow{(L_1)} A_{1\infty} \xrightarrow{(L)} A_2 = F' \xrightarrow{(L_2)} A''}$$



• On s'intéresse aux points conjugués $(A_2 = F' ; A'')$ par la lentille L_2.

La formule de conjugaison de Newton donne : $\overline{F_2A_2} \times \overline{F_2'A''} = -f_2'^2$

soit $\overline{OF'} \times d = -f_2'^2$ (car $A_2 = F'$ et $F_2 = O$) d'où $\boxed{\overline{OF'} = f' = -\frac{f_2'^2}{d}}$

Manipulation :

Par la méthode d'autocollimation, on place l'objet AB dans le plan focal objet de L_1. On place la lentille L_2 devant L_1 et on mesure la distance entre l'image finale A' et la lentille L_2, c'est-à-dire $\boldsymbol{f_2' = 13cm}$.

On place ensuite la lentille divergente L dans le plan focal objet de L_2 en prenant soin de prendre $O_1O_2 > f_2'$ pour que L se trouve entre L_1 et L_2. On mesure la distance entre l'image finale A'' et A'=F_2', c'est-à-dire **d=5cm**.

D'après la formule précédente, on obtient la distance focale de la lentille divergente soit $\boxed{\textbf{f'=-34cm}}$.

Remarque : L'incertitude sur la détermination de la distance focale serait ici importante si on prend en compte l'incertitude sur la valeur de f_2' (voir l'estimation de l'incertitude pour la méthode d'autocollimation appliquée à une lentille divergente).

B. Utilisation d'un viseur à frontale fixe

1) Mesure directe de la distance focale - Utilisation d'un collimateur

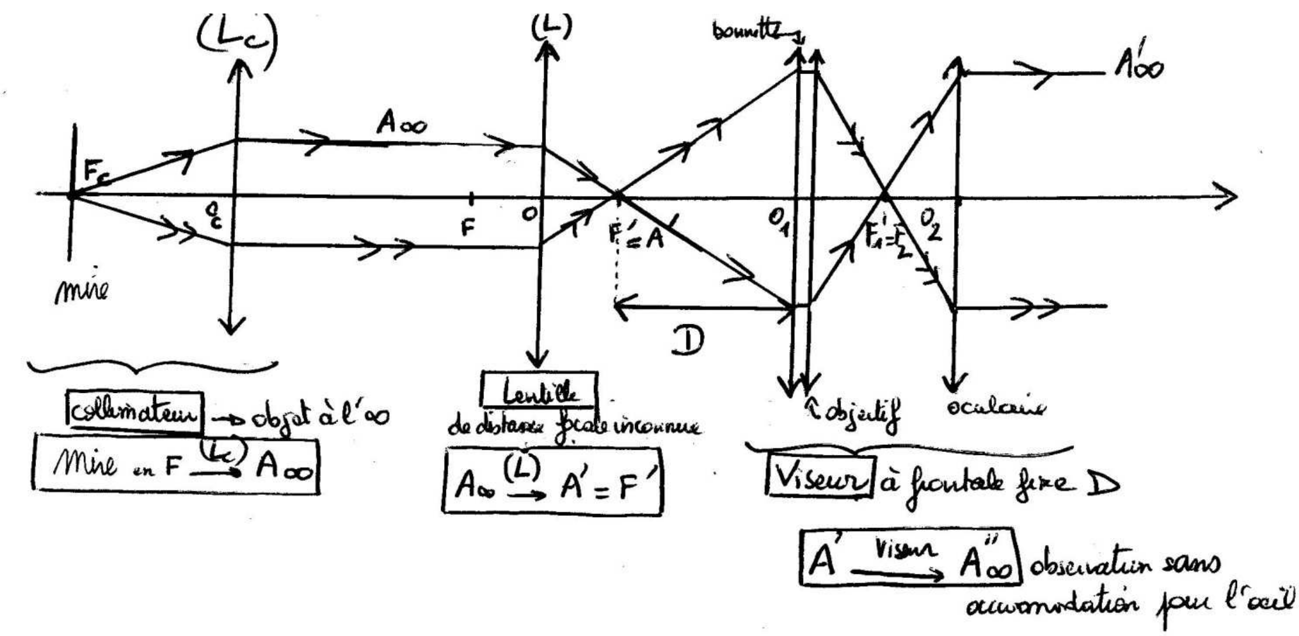
Description du protocole expérimental :

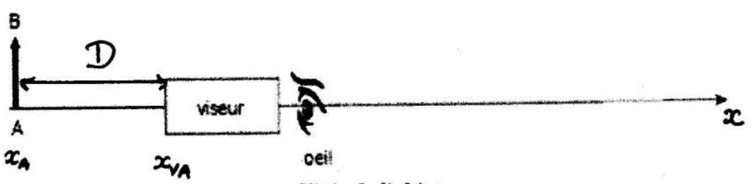
A l'aide du *TP cours : Lunettes – Viseurs – Collimateurs*, on règle la lunette à l'infini (foyer objet de l'oculaire et foyer image de l'objectif confondus) et le collimateur (mire dans le plan focal objet de la lentille) qui joue le rôle d'objet à l'infini. A l'aide d'une lentille additionnelle (bonnette) qu'on accole à l'objectif, on transforme la lunette en viseur de frontale fixe égale à la focale de la bonnette (voir l'exercice 4 du TD COURS : instruments d'optique). La distance de visée D vaut environ 20cm.

On place la lentille (convergente ou divergente) devant le collimateur et on pointe successivement au viseur la lentille (position du viseur x_{VO}) et l'image A' de la mire par la lentille (position du viseur $x_{VA'}$).

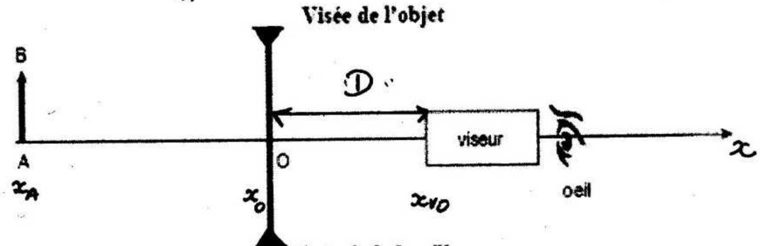
On obtient à l'aide de ces deux pointés la distance focale de la lentille :

$$\boxed{f' = \overline{\boldsymbol{OA'}} = \boldsymbol{x_{VA'} - x_{VO}}}$$

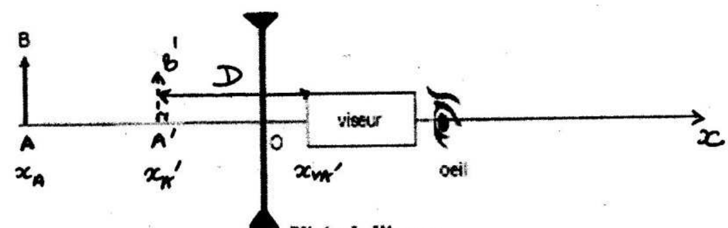




Visée de l'objet



Visée de la lentille



Visée de l'image

En notant D la distance de visée fixe, les abscisses de A, O et A' vérifient :

$x_A = x_{VA} - D$
$x_O = x_{VO} - D$
$x_{A'} = x_{VA'} - D$

Soit :

$\overline{\boldsymbol{OA}} = x_A - x_O = \boldsymbol{x_{VA} - x_{VO}}$
$\overline{\boldsymbol{OA'}} = x_{A'} - x_O = \boldsymbol{x_{VA'} - x_{VO}}$

La distance de visée D s'élimine. Elle n'a donc pas besoin d'être connue, il suffit qu'elle soit constante pour les trois pointés.

<u>Mesures</u> :

Pour la lentille convergente on obtient : **f'=9,8cm**

Pour la lentille divergente on obtient : **f'=-10,3cm**

<u>Incertitudes</u> :

L'incertitude sur ces mesures est due à <u>la précision du banc d'optique</u> (1mm) et à <u>l'appréciation de la netteté de l'image vue à travers le viseur</u> qui est moins importante que dans le cas d'un pointé par projection (~3mm). Par conséquent : $\Delta \boldsymbol{x_{VO}} = \Delta \boldsymbol{x_{VA'}} = \boldsymbol{4mm}$ d'où $\boxed{\Delta \boldsymbol{f'} = \Delta \overline{\boldsymbol{OA'}} = \Delta \boldsymbol{x_{VO}} + \Delta \boldsymbol{x_{VA'}} = \boldsymbol{8mm}}$

<u>Limite de la méthode</u> :

Dans le cas de lentille divergente, le foyer image est virtuel. Si la valeur absolue de la distance focale est supérieure à la distance de visée on ne pourra pas effectuer la visée car la lentille empêche le déplacement du viseur le long du banc d'optique. Il faut donc que $|\boldsymbol{f'}| < D$.

Dans notre cas on se limite à des focales supérieures à -20cm. Pour des focales inférieures à cette valeur il faut changer de bonnette (prendre une plus grande focale pour augmenter D).

<u>Conclusion</u>

Dans ce TP nous avons expérimenté différentes méthodes de détermination de la distance focale des lentilles minces convergentes et divergentes que nous pouvons comparer :

- **Méthode d'autocollimation** (lentilles convergentes et divergentes sous certaines conditions) : peu précise mais rapide et très facile à mettre en pratique.
- **Méthodes de Silbermann et Bessel** (lentille convergente) : plus précises que la méthode précédente, ces méthodes que nous avons comparées (voir conclusion intermédiaire) nécessitent plus de temps.
- **Méthode de Badal** (lentille divergente) : contrairement aux autres méthodes de projection, cette méthode s'applique aux lentilles divergentes. Cependant elle nécessite l'utilisation de deux lentilles convergentes et sa précision dépend de la connaissance plus ou moins précise des focales de ces deux lentilles.
- **Utilisation d'un viseur à frontale fixe** (distance de visée constante) et d'un **collimateur** (obtention d'un objet à l'infini) : méthode plus générale car applicable aux lentilles convergentes et divergentes (possibilité de repérer une image virtuelle ce qui était impossible par projection). De plus, ce pointé est plus précis qu'un pointé par projection (image réelle).